ÉTUDE ERGODIQUE DE SYSTÈMES DYNAMIQUES ALÉATOIRES

SUJET DE THÈSE PROPOSÉ PAR THIERRY DE LA RUE ET JEAN-BAPTISTE BARDET
(LMRS, UNIVERSITÉ DE ROUEN NORMANDIE)

Les systèmes dynamiques aléatoires sont définis par l'itération d'applications choisies au hasard dans un ensemble (généralement fini) d'applications. C'est un sujet en plein développement actuellement, pour lequel un certain nombre de techniques utilisées en théorie ergodique classique (itérations d'une application déterministe) peuvent être adaptées.

Dans l'article récent [KKV17], les auteurs étudient un modèle de systèmes dynamiques aléatoires donnant des développements en fraction continue aléatoires des réels. En utilisant l'opérateur de transfert associé (objet fondamental en théorie ergodique, voir [BG97] pour une introduction aux opérateurs de transfert), et les résultats généraux récents [Ino12, ANV15], ils démontrent l'existence et unicité d'une mesure de probabilité invariante absolument continue, et obtiennent des théorèmes limite (mélange, théorème central limite, principe de grandes déviations).

Le fait d'appliquer des résultats généraux ne leur donne cependant pas une compréhension très précise de la mesure invariante et de ses propriétés.

L'objectif de la thèse sera d'une part de développer des méthodes plus adaptées pour obtenir des résultats plus précis : régularité de la mesure invariante, voire une forme explicite, étude de son comportement lorsque le paramètre dirigeant l'aléa est modifié, théorèmes limite plus précis.

L'un des outils utiles pour cette étude précise, est la représentation explicite de la mesure invariante pour une application de l'intervalle définie par une fraction rationnelle, introduite dans [Sch83] et utilisée récemment pour l'étude de systèmes dynamiques couplés dans [BKZ09]. Une autre approche récente originale est l'approche par couplage introduite dans [SS14].

D'autre part, cette approche pourra aussi être généralisée à d'autres systèmes dynamiques aléatoires, par exemple λ-fractions continues, étudiées dans [JRdlR13] en lien avec des modèles de suites de Fibonacci aléatoires et les développements des réels en base non entière.

Ces systèmes dynamiques sont enfin naturellement liés à des questions arithmétiques et algorithmiques, et il sera possible aussi d'étudier

Date: 13 avril 2018.

ces liens. Les méthodes d'opérateur de transfert se sont en effet montrées très fructueuses aussi pour l'analyse d'algorithmes, voir [BV05, Val12].

RÉFÉRENCES

[ANV15] Romain Aimino, Matthew Nicol, and Sandro Vaienti. Annealed and quenched limit theorems for random expanding dynamical systems. *Probab. Theory Related Fields*, 162(1-2) :233–274, 2015.

[BG97] Abraham Boyarsky and Paweł Góra. *Laws of chaos. Invariant measures and dynamical systems in one dimension.* Probability and its Applications. Birkhäuser Boston, Inc., Boston, MA, 1997.

[BKZ09] Jean-Baptiste Bardet, Gerhard Keller, and Roland Zweimüller. Stochastically stable globally coupled maps with bistable thermodynamic limit. *Comm. Math. Phys.*, 292(1) :237–270, 2009.

[BV05] Viviane Baladi and Brigitte Vallée. Euclidean algorithms are Gaussian. *J. Number Theory*, 110(2) :331–386, 2005.

[Ino12] Tomoki Inoue. Invariant measures for position dependent random maps with continuous random parameters. *Studia Math.*, 208(1) :11–29, 2012.

[JRdlR13] Élise Janvresse, Benoît Rittaud, and Thierry de la Rue. Dynamics of λ-continued fractions and β-shifts. *Discrete Contin. Dyn. Syst.*, 33(4) :1477–1498, 2013.

[KKV17] Charlene Kalle, Tom Kempton, and Evgeny Verbitskiy. The random continued fraction transformation. *Nonlinearity*, 30(3) :1182–1203, 2017.

[Sch83] Fritz Schweiger. Invariant measures for piecewise linear fractional maps. *J. Austral. Math. Soc. Ser. A*, 34(1) :55–59, 1983.

[SS14] Mikko Stenlund and Henri Sulku. A coupling approach to random circle maps expanding on the average. *Stoch. Dyn.*, 14(4) :1450008, 29, 2014.

[Val12] Brigitte Vallée. The Euclid algorithm is "totally" Gaussian. In *23rd Intern. Meeting on Probabilistic, Combinatorial, and Asymptotic Methods for the Analysis of Algorithms (AofA'12)*, Discrete Math. Theor. Comput. Sci. Proc., AQ, pages 283–301. Assoc. Discrete Math. Theor. Comput. Sci., Nancy, 2012.