

Vos fichiers seront copiés sur la clé USB du professeur. Toute connexion à la messagerie électronique est strictement interdite pendant l'examen. Les documents sont autorisés.

Rattrapage du 20 Juin 2017 (durée 1h30.)



Exercice 1 Maillage d'un smiley (programme ex1.edp)

Considérons un domaine Ω sous la forme d'un smiley (voir figure).

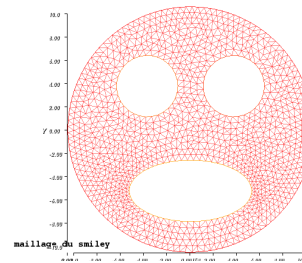
(Q1) Construire le maillage du smiley en définissant :

–la tête : frontière Γ_1 , un cercle de rayon R , centré en $(0, 0)$;

–les yeux : frontières Γ_2 et Γ_3 , cercles de rayon $r = R/4$;

–la bouche : frontière Γ_4 , une ellipse de demi-axes $ax = R/2$, $ay = R/4$.

Choisir la position des yeux et de la bouche pour obtenir un maillage comme dans la figure. Tracer le maillage du smiley et sauvegarder l'image.



(Q2) Calculer l'aire du domaine Ω .

(Q3) Calculer le périmètre de la bouche du smiley. Comparer avec une formule approchée.



Exercice 2 Equilibre thermique dans un smiley

Considérons le domaine Ω du smiley construit à l'exercice précédent.

Le smiley est chauffé à T_c par les yeux, et refroidi à T_f au niveau de la tête et isolé au niveau de la bouche. La température à l'équilibre est la solution de l'EDP :

$$-\Delta\theta = f \quad \text{pour } (x, y) \in \Omega. \quad (1)$$

La variable $\theta = (T - T_a)/T_a$ est la température adimensionnée par rapport à l'ambiance T_a . Les conditions aux limites sont imposées comme suit :

$$\begin{cases} \text{sur } \Gamma_1 & \theta = \theta_f & \text{température imposée (cond Dirichlet),} \\ \text{sur } \Gamma_2 \cup \Gamma_3 & \theta = \theta_c & \text{température imposée (cond Dirichlet),} \\ \text{sur } \Gamma_4 & \partial\theta/\partial n = 0 & \text{paroi isolée (cond. Neumann).} \end{cases}$$

(Q1) Ecrire la formulation variationnelle correspondante.

(Q2) (programme ex2A.edp)

Résoudre le problème pour la fonction $f(x, y) = 0$. Tracer la distribution de température T (en $^{\circ}C$) (iso-contours et en 3D). Données numériques : $T_a = 20^{\circ}C$, $T_c = 300^{\circ}C$, $T_f = 5^{\circ}C$.

(Q2) (programme ex2B.edp)

Dans le problème précédent on change la modélisation des conditions aux limites sur Γ_4 (la bouche). Si on tient compte des pertes latérales par convection thermique, la condition à la limite s'écrit :

$$\text{sur } \Gamma_4 \quad \partial\theta/\partial n + \alpha\theta = 0 \quad (\text{cond. mixte ou de Fourier ou de Robin})$$

Ecrire la nouvelle formulation variationnelle (Attention, des intégrales 1D vont apparaître !).

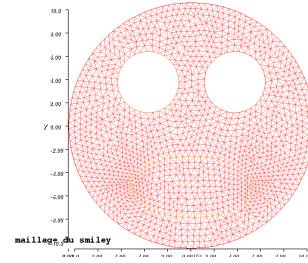
Résoudre ce problème pour $\alpha = 100$ et tracer la distribution de température T (en $^{\circ}C$) dans le smiley (iso-contours et en 3D).

(Q3) (programme ex2C.edp)

Modifier le maillage du *smiley* (domaine Ω) pour que la bouche soit un sous-domaine $\Omega_b \subset \Omega$ (voir figure).

A l'intérieur de la bouche se trouve une résistance électrique qui sera modélisée par la fonction $f(x, y)$ qui est constante sur Ω_b et nulle ailleurs.

Résoudre le problème (??) avec $f(x, y) = 0.5$. Pour la tête et les yeux, on prendra les conditions aux limites définies à la question Q2.



Programmes à préparer à la fin de l'examen :

ex1.edp,

ex2A.edp et l'image du maillage,

ex2B.edp et la visualisation de la température en $^{\circ}C$,

ex2C.edp et la visualisation de la température en $^{\circ}C$,