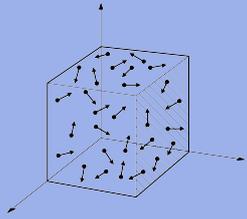


# Équation de Boltzmann et mécanique des fluides

L'étude des interactions entre atomes à différentes échelles amène à des équations qui permettent de comprendre et prédire le comportement de l'atmosphère et des océans.



**Sixième problème de Hilbert :**  
comment passer de la vision atomiste aux lois du mouvement du continu ?

## Équation de Boltzmann

$$\partial_t f_\varepsilon + \frac{1}{\varepsilon} v \cdot \nabla_x f_\varepsilon = \frac{1}{\varepsilon^2} Q(f_\varepsilon, f_\varepsilon)$$

La **théorie de Boltzmann** s'intéresse à la répartition des particules en fonction de leur position et de leur vitesse.

L'équation qui porte son nom décrit l'évolution d'un gaz peu dense hors équilibre, et amène à la définition de l'**entropie thermodynamique**.

Boltzmann  $\xrightarrow[\varepsilon \rightarrow 0]{?}$  Navier-Stokes



Mécanique des fluides

L'évolution d'un fluide est régie par l'**équation de Navier-Stokes**.

$$\rho (\partial_t v + v \cdot \nabla v) - \nu \Delta v + \nabla p = f$$

L'étude théorique et numérique de cette équation permet de comprendre les courants océaniques, prédire la météo, mettre au point des appareils cardiovasculaires...

Pour un fluide parfait, la **viscosité**  $\nu$  est nulle. On obtient l'**équation d'Euler**.



L'équation de Boltzmann est utile pour simuler la rentrée atmosphérique des capsules spatiales.

## Comportement dans la couche limite

L'équation d'Euler n'est pas adaptée pour décrire le comportement d'un fluide de faible viscosité dans la zone d'interface entre ce fluide et un corps solide. Dans cette **couche limite**, on utilise l'**équation de Prandtl**. Celle-ci permet la compréhension des tourbillons. Elle est utilisée pour améliorer les performances aérodynamiques des automobiles et des avions.

$$\partial_t u + u \partial_x u + v \partial_y u + p_x = \partial_{yy}^2 u$$



Comment les avions volent-ils ? Selon le modèle de Prandtl, la portance peut être expliquée par le comportement des flux d'air près de la surface des ailes.