

Question de cours

Formules des probabilités totales (rappeler la définition d'un s.c.e).

Exercice 1

On tire simultanément 5 cartes d'un jeu de 32 cartes. Combien de tirages différents peut-on obtenir :

1. sans imposer de contraintes sur les cartes ;
2. contenant 5 carreaux ou 5 piques ;
3. contenant 2 carreaux et 3 piques ;
4. contenant au moins un roi ;
5. contenant au plus un roi ;
6. contenant exactement 2 rois et exactement 3 piques.

Exercice 2

On dispose d'un dé pipé tel que la probabilité d'obtenir une face soit proportionnelle au chiffre porté par cette face. On lance le dé pipé.

1. Donner un espace probabilisé modélisant l'expérience aléatoire.
2. Quelle est la probabilité d'obtenir un chiffre pair ?

Exercice 3

On considère un ensemble X de $n + 1$ entiers distincts choisis dans $\{1, \dots, 2n\}$. Démontrer que parmi les éléments de X , on peut toujours trouver deux entiers dont la somme vaut $2n + 1$.

Commentaire :

Question de cours

Formule des probabilités composées.

Exercice 1

Dénombrer les anagrammes des mots suivants :

1. MATHS ;
2. RIRE ;
3. ANANAS.

Exercice 2

On considère une urne contenant 4 boules blanches et 3 boules noires. On tire une à une et sans remise 3 boules de l'urne. Quelle est la probabilité pour que la première boule tirée soit blanche, la seconde blanche et la troisième noire ?

Exercice 3

Soit n un entier non nul. On désigne par u_n le nombre de listes de n termes, chaque terme étant 0 ou 1, et n'ayant pas deux termes 1 consécutifs. Démontrer que, pour tout $n \geq 3$, on a $u_n = u_{n-1} + u_{n-2}$.

Commentaire :

Question de cours

Preuve combinatoire de la formule de Vandermonde.

Exercice 1

On tire simultanément trois cartes au hasard dans un paquet de 32 cartes. Quelle est la probabilité de :

1. n'obtenir que des coeurs ?
2. obtenir deux coeurs et un pique ?

On donnera le résultat sous forme de fraction irréductible.

Exercice 2

Soit $n \geq 1$. On lance n fois un dé parfaitement équilibré. Quelle est la probabilité d'obtenir :

1. au moins une fois le chiffre 6 ?
2. au moins deux fois le chiffre 6 ?
3. au moins k fois le chiffre 6 ?

Exercice 3

Soient $n, p \geq 1$ deux entiers. Combien y a-t-il de fonctions strictement croissantes de $\{1, \dots, p\}$ dans $\{1, \dots, n\}$?

Commentaire :

Colle – exercices bonus

Question de cours

Détermination de la loi de $f(X)$ pour une variable aléatoire $X : \Omega \rightarrow E$ et une application $f : E \rightarrow F$.

Exercice

1. Soit $f : \{1, \dots, p\} \rightarrow \{1, \dots, n\}$ une fonction croissante. On pose $\phi(f)$ la fonction définie sur $\{1, \dots, p\}$, à valeurs dans $\{1, \dots, n + p - 1\}$, par $\phi(f)(k) = f(k) + k - 1$. Démontrer que $\phi(f)$ est strictement croissante.
2. Soit $g : \{1, \dots, p\} \rightarrow \{1, \dots, n + p - 1\}$ une fonction strictement croissante. On pose $\psi(g)$ la fonction définie sur $\{1, \dots, p\}$, à valeurs dans $\{1, \dots, n\}$, par $\psi(g)(k) = g(k) - k + 1$. Démontrer que $\psi(g)$ est croissante.
3. Combien y a-t-il de fonctions croissantes de $\{1, \dots, p\}$ dans $\{1, \dots, n\}$?