

De bonnes bretelles pour tenir la route

Pour améliorer la sécurité routière, rien n'est à négliger. Si le bon état de la voiture et la sobriété du conducteur sont essentiels, le tracé de la route ne doit pas non plus être laissé au hasard.



Pour que la transition entre une ligne droite et un virage soit la plus confortable possible, on a recours à une courbe appelée **clothoïde**, ou **spirale de Cornu**. Elle possède une propriété géométrique essentielle liée à la notion de **courbure**.

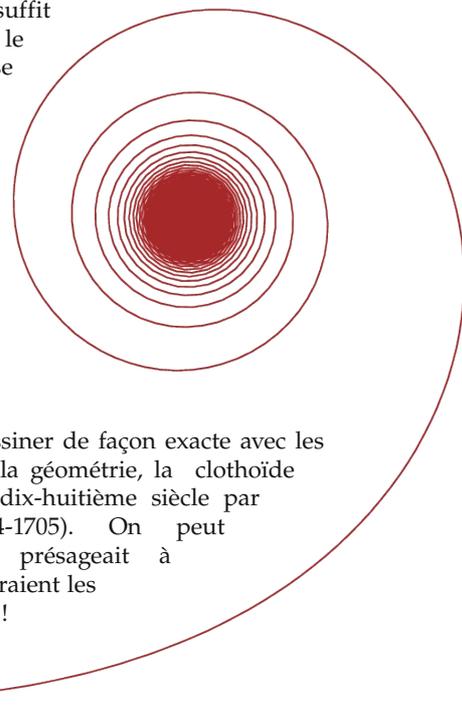
En gros, la courbure d'une route en un point donné indique de combien on est en train de tourner. De façon plus concrète, on peut envisager la courbure comme une fonction de l'angle que font les roues avant (ou le volant) avec la voiture.

Virage en douceur

La clothoïde est une spirale dont la courbure est en chaque point proportionnelle à la longueur parcourue.

Une portion de clothoïde permet donc de relier en douceur une ligne droite (de courbure nulle) à un arc de cercle (de courbure constante, non nulle) : pour suivre à vitesse constante une bretelle

d'autoroute en forme de clothoïde, il suffit de tourner le volant à vitesse constante.



La clothoïde : la meilleure façon de tourner !

Le mot clothoïde vient du grec klothēin : filer (la laine), la forme de la courbe rappelant celle du fil qui s'enroule autour du métier à tisser.

La clothoïde est aussi utilisée pour former les loopings des manèges à sensations.



Équation paramétrique de la clothoïde

$$x(t) = \int_0^t \cos(\theta^2) d\theta$$

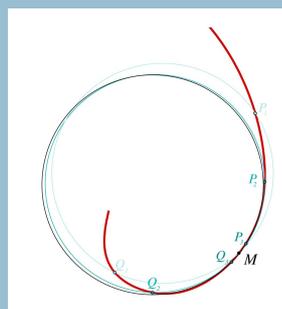
$$y(t) = \int_0^t \sin(\theta^2) d\theta$$

Bien qu'impossible à dessiner de façon exacte avec les outils traditionnels de la géométrie, la clothoïde aurait été étudiée dès le dix-huitième siècle par Jacques Bernoulli (1654-1705). On peut cependant douter qu'il présageait à l'époque de l'usage qu'en feraient les travaux publics aujourd'hui !

Courbure d'une trajectoire

Déterminer la tangente à une courbe en un point M, c'est trouver la droite qui s'approche le mieux de cette courbe au voisinage de M. Une approximation beaucoup plus fine peut être réalisée en utilisant un cercle, appelé **cercle osculateur**.

Voici comment le définir : prenons deux points P et Q voisins de M sur la courbe, et traçons le cercle passant par M, P et Q. Pour une courbe assez régulière, le centre de ce cercle admet une position limite C lorsque P et Q se rapprochent de M. Le cercle de centre C passant par M est le cercle osculateur en M. L'inverse de son rayon est appelé **courbure de la trajectoire en M**.



Références

Wikipedia :
fr.wikipedia.org/wiki/Clothoïde

Tangente :
Virages à grande vitesse. Élise Janvresse et Thierry de la Rue. Tangente 82 Septembre-Octobre 2001.