

SUJETS DE THÈSE PROPOSÉ PAR M. E. H. EL ABDALAOUÏ

M. E. H. EL ABDALAOUÏ**.

** *Université de Rouen Normandie*
LMRS UMR 60 85 CNRS
Avenue de l'Université, BP.12
76801 Saint Etienne du Rouvray - France .
e-mail : elhoucein.elabdalaoui@univ-rouen.fr

1. LES CONJECTURES DE SARNAK ET CHOWLA AUTOUR DU FLOT DE MÖBIUS.

Le but principal de ce sujet est d'explorer de nouvelles voies autour des conjectures de Chowla et Sarnak concernant le comportement dynamique de la fonction de Möbius et celle de Liouville.

La fonction de Möbius est intimement liée à la fonction de Liouville et cette dernière se définit par 1 si le nombre de facteurs premiers de l'entier est pair et -1 sinon. En fait, sur son support qui est l'ensemble des entiers sans facteur carré, la fonction de Möbius coïncide avec la fonction de Liouville.

Un entier est sans facteur carré si sa décomposition en facteurs premiers ne contient aucun carré. La conjecture de Sarnak affirme que la loi aléatoire de Möbius est valide pour les suites dynamiques d'entropie topologique nulle, celle de Chowla prédit que la fonction de Liouville est normale. La recherche actuelle autour de ces deux conjectures est très active et il y a plusieurs travaux autour du sujet avec des applications dans différentes branches des mathématiques (cf. arXiv.org¹ par exemple). Il s'agit d'explorer les voies dynamiques et arithmétiques autour de ce sujet, d'effectuer une synthèse et de contribuer avec des nouvelles démonstrations et des investigations nouvelles autour du comportement dynamique de ces fonctions par rapport à la classe des systèmes dynamiques d'entropie topologique positive. Le problème d'uniformité dans la convergence de certaines moyennes ergodiques sera ainsi au cœur des investigations.

ENGLISH VERSION : CHOWLA AND SARNAK CONJECTURES ON THE MÖBIUS FLOW.

The main purpose is to investigate the state-of-art and new directions concerning Chowla and Sarnak conjectures on the dynamics of the Möbius and Liouville function. The Liouville function is defined as 1 if the number of the prime factor of the integer is even and -1 if not, and the Möbius function coincides with the Liouville function on the subset of squarefree integers. The integer is squarefree if its prime decomposition does not contain any square.

Sarnak conjecture states that the Möbius randomness law holds for any dynamical sequence with topological entropy zero, and Chowla conjecture predicts that the Liouville function is normal. Those conjectures have recently attracted very active interest and there are several works on the subject nowadays (cf. arXiv.org² for instance). Therefore, the main goal is to produce a synthesis on the dynamical and arithmetical view, to contribute with new proofs and to explore new directions as their behavior with respect to the dynamical systems with topological positive entropy. Consequently, the problem of uniformity in the convergence of some ergodic averages will be involved.

Date: April 3, 2018.

¹<https://arxiv.org/find/all/1/ti:+AND+sarnaks+conjecture/0/1/0/all/0/1>

²<https://arxiv.org/>