

GÉOMÉTRIE
L3 MATHÉMATIQUES– CONTRÔLE CONTINU
13 MARS 2020, 14H30–16H30

PAUL LESCOT

Documents et calculatrices interdits.

Les trois exercices sont indépendants les uns des autres. Une rédaction claire sera appréciée.

Tous les espaces affines considérés sont définis sur le corps $K := \mathbf{R}$.

EXERCICE I

On se place dans $X := \mathbf{R}^3$ muni de sa structure affine usuelle. Soient A le point $(0, 0, -1)$, B le point $(2, 2, 1)$, et C le point $(-2, 3, 0)$. On note Y le sous-espace affine de X engendré par A , B et C .

- (1) Déterminer la dimension de Y .
- (2) Etablir des équations paramétriques pour Y .
- (3) Trouver une équation affine de Y .
- (4) Soit D le point $(6, 1, 2)$. Déterminer le sous-espace W de X engendré par A , B , C et D .
- (5) Soit E le point $(0, 1, 1)$. Déterminer le sous-espace Z de X engendré par A , B , C et E .
- (6) Déterminer une équation affine et des équations paramétriques pour le sous-espace de X parallèle à Y et passant par le point $F = (1, 1, 1)$.

EXERCICE II

Soit (X, \vec{X}, Φ) un espace affine. On se donne deux applications affines $f : X \rightarrow X$ et $g : X \rightarrow X$. Pour chaque $M \in X$, on définit alors $h(M) \in X$ par

$$\overrightarrow{Mh(M)} = \overrightarrow{f(M)g(M)}.$$

- (1) Montrer que h est une application affine de X dans X .
- (2) Exprimer \vec{h} en fonction de \vec{f} et \vec{g} .

EXERCICE III

Dans un plan affine \mathcal{P} , soient A , B et C trois points non alignés. On note D le milieu du segment $[AB]$, E le milieu du segment $[BC]$ et F le milieu du segment $[AC]$.

Montrer l'existence d'un point M commun aux droites (AE) , (BF) et (CD) .

Indication

On pourra rechercher M comme barycentre de A , B et C avec des coefficients à déterminer.